2Г

УДК 519.859

***Н.И. Гиль, М.С. Софронова***
Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины,
г. Харьков, Украина
m_myravyova@ukr.net

# Об одном подходе к построению выпуклой оболочки конечного множества точек в $R^n$

В статье предложен метод построения выпуклой оболочки конечного множества точек в $R^n$, позволяющий решать задачи, не требующие описания всех подграней границы выпуклой оболочки. Описаны основные процедуры построения выпуклой оболочки, представленной в виде $n$-политопа, заданного пересечением замкнутых полупространств. Приведены численные результаты работы метода при $n$ = 4; 5.

## Введение

Задача построения выпуклой оболочки не только является центральной в целом ряде приложений, но и позволяет разрешить ряд вопросов вычислительной геометрии, на первый взгляд не связанных с ней. Построение выпуклой оболочки конечного множества точек, и особенно в случае точек на плоскости и в пространстве, уже довольно широко и глубоко исследовано [1] и имеет приложения, например, в распознавании образов, обработке изображений, а также в задачах компоновки и раскроя материалов, в задачах статистики [1].

Для построения выпуклой оболочки конечного множества точек в $R^n$ $(n > 3)$ в настоящее время известно сравнительно небольшое количество методов (среди них методы «заворачивания подарка», «под-над», «случайного поиска» («quick-hull») [1-5], некоторые из которых основаны на теореме (McMullen, Shephard [6]) о том, что выпулая оболочка конечного множества точек в $R^n$ является выпуклым $n$-мерным политопом. И наоборот, каждый выпуклый $n$-мерный политоп является выпуклой оболочкой некоторого конечного множества точек.

**Определение**. Выпуклым $n$-мерным политопом (в дальнейшем – $n$-политопом) назовем непустое континуальное ограниченное $n$-мерное полиэдральное множество, при условии, что это множество не является подмножеством никакого пространства меньшей размерности [1], [7], [8].

Одной из особенностей известных в настоящее время методов построения выпуклой оболочки конечного множества точек в $R^n$ $(n > 3)$ является необходимость полного описания её границы (графа граней). Процедура описания подграней не вызывает затруднений в предположении симплициальности результирующего $n$-политопа. Заметим, что в общем случае процедура описания подграней усложняется и существенно влияет на временную сложность алгоритма.

Однако существует ряд задач, в которых не требуется описание всех подграней границы выпуклой оболочки конечного множества точек в $R^n$ $(n > 3)$. К таким, например, относится задача, первоначально описанная как «задача о плавающих курсах валют», возникающая в целом ряде приложений – в статистике, экономике, исследовании опе-

раций и т.п. Математическая постановка данной задачи (её ещё называют «задачей о максимумах») заключается в определении всех максимальных элементов некоторого конечного множества $S$ точек из $R^n$ для заданного отношения доминирования [1].

**Целью данной работы** является разработка метода построения выпуклой оболочки конечного множества точек в $R^n$, являющегося в некотором смысле модификацией метода «под-над» и позволяющего решать задачи, не требующие описания всех подграней границы выпуклой оболочки.

При этом под «построением выпуклой оболочки» в данной работе будем подразумевать построение её в виде $n$-политопа, представленного в виде пересечения замкнутых полупространств.

**Постановка задачи**. Имеется множество $A = \{A_1, A_2, ..., A_m\}$ из $m$ точек в арифметическом евклидовом пространстве $R^n$ ($m \geq n+1$). Заданы координаты каждой точки $A_i(x_{i1}, x_{i2}, ..., x_{in})$, $i = 1,2,\ldots,m$. Необходимо построить выпуклую оболочку conv($A$) точечного множества $A$, представленную в виде пересечения замкнутых полупространств.

**Основная идея** предлагаемого метода включает в себя построение на точках множества $A$ исходной выпуклой оболочки $S^1$ ($n$-мерного симплекса (в дальнейшем – $n$-симплекса) $S^1$) и построение последовательности выпуклых оболочек $S^{h+1}$ ($n$-политопов $S^{h+1}$), $h = 1,2,\ldots,h_0 - 1$, таких, что $S^1 \subset S^2 \subset ... \subset S^{h_0} = \mathrm{conv}(A)$. При этом $S^{h+1} = \mathrm{conv}(S^h \cup \{A_0\})$, где $A_0 \in A$ – точка с максимальным отклонением от гиперплоскости выбранной гиперграни $n$-политопа $S^h$. Если не существует ни одной внешней к $S^{h_0}$ точки, следовательно, данный $n$-политоп и является выпуклой оболочкой множества $A$.

Процесс построения выпуклой оболочки множества точек $A$ включает в себя следующие этапы.

1. Построение исходной выпуклой оболочки – $n$-симплекса $S^1$.

2. Исключение из множества $A$ точек, которые являются внутренними или граничными (но не являются вершинами) $n$-политопа $S^h$, $h = 1,2,\ldots,h_0$, $h_0 \in \mathrm{N}$.

3. Построение набора $n$-симплексов на точках выбранной гиперграни $n$-политопа $S^h$ (вершинах $S^h$), $h = 1,2,\ldots,h_0$, и точке $A_0$ – точке с максимальным отклонением от гиперплоскости выбранной гиперграни. Информация о каждом $n$-симплексе включает в себя список вершин и гиперплоскостей, формирующих его границу.

4. Построение с помощью полученных в п. 3 гиперплоскостей границ $n$-симплексов расширенной выпуклой оболочки – $n$-политопа $S^{h+1} = \mathrm{conv}(S^h \cup \{A_0\})$, такого, что $S^h \subset S^{h+1}, h = 1,2,...,h_0 - 1$.

При этом под «построением $n$-политопа» подразумевается описание его с помощью неположительно ориентированных гиперплоскостей, т.е. представление $n$-политопа в виде пересечения полупространств, ограниченных этими гиперплоскостями.

Гиперплоскость, с помощью которой формируется граница некоторого замкнутого выпуклого точечного множества $T \subset R^n$, будем называть неположительно ориентированной относительно множества $T$, если любая точка множества $T$ имеет неположительное отклонение от этой гиперплоскости.

Заметим, что одним из условий того, что conv($A$) – это выпуклая оболочка множества точек $A$ в пространстве $R^n$, является следующее:

$$\mathrm{conv}(A) \subset R^n,\ \mathrm{conv}(A) \not\subset R^k, k \leq n-1.$$

Опишем подробнее основные процедуры построения выпуклой оболочки заданного множества точек в $R^n$.

*1. Построение n-симплекса $S^1$*. Формируем множество габаритных точек $E \subseteq A$ по следующему правилу.

Точка $A'(x'_1, x'_2, ..., x'_n) \in E \subseteq A$, если выполняются условия:

1) $x'_k = \left[\begin{array}{l}\max(x_{1k}, x_{2k}, ..., x_{mk}),\\ \min(x_{1k}, x_{2k}, ..., x_{mk}),\end{array}\right. k \in \{1,2,...,n\}$;

2) $\exists m_1, m_2 \in \{1,2,...,m\} : x_{m_1 k} = x_{m_2 k} = \left[\begin{array}{l}\max(x_{1k}, x_{2k}, ..., x_{mk}),\\ \min(x_{1k}, x_{2k}, ..., x_{mk}),\end{array}\right. k \in \{1,2,...,n\} \Rightarrow$

$x'_k = x_{m_1 k}$, если $k_1 \geq k_2$, и $x'_k = x_{m_2 k}$, если $k_1 < k_2$, где $k_1(k_2)$ – количество осей *k*, $k \in \{1,2,...,n\}$, на которых для точки $x_{m_1 k}$ ($x_{m_2 k}$) выполняется условие 1);

3) $\forall A'_i, A'_j \in E$ при $i \neq j$ $A'_i \neq A'_j$.

Пусть *e* – число элементов в множестве *E*, $e \leq 2n$. При $e \geq n$ строим гиперплоскость $\pi$ [9]: $a_1 x_1 + a_2 x_2 + ... + a_n x_n + a_0 = 0$ – одну из $C_e^n$ возможных гиперплоскостей, проходящую через *n* точек множества *E*, где $C_e^n = \dfrac{e!}{n!(e-n)!}$ – число комбинаций из *e* элементов по *n*. Аналогично при *e* < *n* строим одну из $C_m^n$ возможных гиперплоскостей, проходящую через *n* точек множества *A*.

Заметим, что если ни одну гиперплоскость, проходящую через *n* точек множества *E* (или *A*), построить нельзя, следовательно, все точки множества *A* принадлежат *k*-мерной плоскости, т.е. $\operatorname{conv}(A) \subset R^k$ ($k \leq n-2$).

Пусть $A_1^\pi, A_2^\pi, ..., A_n^\pi$ – точки множества *E* (или *A*), на которых построена гиперплоскость $\pi$. Находим точку $A_0(x_{01}, x_{02}, ..., x_{0n}) \in A$, для которой выполняются следующие условия:

$$\left|\delta_{A_0}(\pi)\right| = \left|a_1 x_{01} + a_2 x_{02} + ... + a_n x_{0n} + a_0\right| = \max_{\substack{A_i \in A\\ i=1,2,...,m}} \left\{\left|a_1 x_{i1} + a_2 x_{i2} + ... + a_n x_{in} + a_0\right|\right\},$$

$$\left|\delta_{A_0}(\pi)\right| \neq 0 .$$

Если такой точки не существует, то это значит, что все точки множества *A* принадлежат гиперплоскости $\pi$, т.е. $\operatorname{conv}(A) \subset R^{n-1}$, следовательно выпуклая оболочка в $R^n$ не может быть построена.

В противном случае формируем множество точек $\tilde{A} = \{\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, ..., \tilde{A}_{n+1}\} = \{A_1^\pi, A_2^\pi, ..., A_n^\pi, A_0\}$ и строим $\operatorname{conv}(\tilde{A})$ – *n*-симплекс $S^1$.

Процедура построения *n*-симплекса $S^1$ – выпуклой оболочки множества $\tilde{A} = \{\tilde{A}_j\}_{j=1}^{n+1}$, $\tilde{A}_j(\tilde{x}_{j1}, \tilde{x}_{j2}, ..., \tilde{x}_{jn})$ состоит в следующем:

1.1. Из точек множества $\tilde{A}$ сгенерировать (*n*+1) наборов по *n* точек.

1.2. Построить на *n* точках $\tilde{A}_1^t, \tilde{A}_2^t, ..., \tilde{A}_n^t \in \tilde{A}$ каждого *t*-го набора, *t* = 1,2,…,*n* + 1, гиперплоскости $\pi_t$ : $a_1^t x_1 + a_2^t x_2 + ... + a_n^t x_n + a_0^t = 0$.

Заметим, что

$$\exists t \in \{1,2,...,n+1\} : \pi_t = \pi .$$

1.3. Задать построенным гиперплоскостям $\pi_t, t = 1,2,...,n+1$ неположительную ориентацию относительно множества $\widetilde{A}$. Для этого для каждого $t \in \{1,2,...,n+1\}$ необходимо:

а) выбрать точку $A''(x''_1, x''_2,..., x''_n) \in \widetilde{A} : A'' \neq \widetilde{A}^t_q, q = 1,2,...,n$;

б) вычислить величину $\delta_{A''}(\pi_t) = a^t_1 x''_1 + a^t_2 x''_2 + ... + a^t_n x''_n + a^t_0$;

в) если $\delta_{A''}(\pi_t) > 0$, знаки коэффициентов и свободного члена в уравнении гиперплоскости $\pi_t$ поменять на противоположные, т.е. $a^t_k = -a^t_k, k = 0,1,...,n$.

В итоге получим набор из ($n$ + 1) неположительно ориентированных гиперплоскостей, описывающих $\mathrm{conv}(\widetilde{A})$ – $n$-симплекс $S^1$, вершинами которого служат точки множества $\widetilde{A}$.

*2. Исключение из множества A точек, которые являются внутренними или граничными (но не являются вершинами) n-политопа $S^h$, h = 1,2,…,$h_0$.* Пусть $B^h \subset A$ – множество точек, полученное после исключения из рассмотрения некоторых точек множества $A$ на этапах 1,2,…,$h$ – 1; $A^h$ – множество вершин $n$-политопа $S^h$, $h$ = 2,…,$h_0$ (при $h$ = 1 $A^1 = \widetilde{A}$). Исключаем из рассмотрения те точки множества $B^{h-1}$ (при $h$ = 1 $B^0 = A$), которые принадлежат множеству $S^h \setminus A^h$, используя следующее правило.

Точка $A'''(x'''_1, x'''_2,..., x'''_n)$ исключается из рассмотрения, если выполняется одно из условий:

а) $\delta_{A'''}(\pi_t) < 0,\ t = 1,2,..., f^h$, где $f^h$ – количество гиперплоскостей, участвующих в построении границы $n$-политопа $S^h$ (и при $h$ = 1 $f^1 = n+1$);

б) $\delta_{A'''}(\pi_l) = 0, l \in \{1,2,..., f^h\}$, и количество $l_0$ таких гиперплоскостей $\pi_l$ меньше $n$, а для всех остальных ($f^h - l_0$) гиперплоскостей $\delta_{A'''}(\pi_l) < 0, l \in \{1,2,..., f^h\}$.

Формируем множество $B^h = B^{h-1} \setminus \left\{A'''_j\right\}_{j \in \mathrm{N}}$, $h = 1, 2,..., h_0$, где $j$ – количество точек вида $A'''$.

Заметим, что при выполнении условий

$$\begin{aligned} &\delta_{A'''}(\pi_l) = 0 \text{, при } l_0 \geq n, \\ &\delta_{A'''}(\pi_l) < 0 \text{ для всех остальных } (f^h - l_0) \text{ гиперплоскостей,} \end{aligned} \tag{1}$$

точка $A'''$ является вершиной $n$-политопа $S^h$.

*3. Построение n-политопа $S^{h+1}$, h = 1,2,…,$h_0$– 1.* Пусть $H_{S^h} = \{\pi_t\}_{t=1}^{f^h}$ – множество гиперплоскостей $\pi_t$, $t = 1,2,..., f^h$, определяющих границу $n$-политопа $S^h$.

Рассмотрим некоторую гиперплоскость $\pi_t$, $t \in \{1,2,..., f^h\}$, для которой необходимо выполнить следующие действия.

3.1. Выбрать точку $A_0(x_{01}, x_{02},..., x_{0n}) \in B^h$ с максимальным отклонением от гиперплоскости $\pi_t$, т.е. такую, что

$$\delta_{A_0}(\pi_t) = a^t_1 x_{01} + a^t_2 x_{02} + ... + a^t_n x_{0n} + a^t_0 = \max_{\substack{A_i \in B^h \\ i \in \{1,2,...,m\}}} \left\{ a^t_1 x_{i1} + a^t_2 x_{i2} + ... + a^t_n x_{in} + a^t_0 \right\}.$$

3.2. Если $\delta_{A_0}(\pi_t) < 0$, то гиперплоскость $\pi_t$ является опорной к множеству $A$ и входит в описание выпуклой оболочки этого множества. Геометрически это означает, что все точки $A_i \in A$ лежат по одну сторону от $\pi_t$ и $\delta_{A_i}(\pi_t) < 0,\ i = 1,2,...,m$. В этом случае информация о гиперплоскости $\pi_t$ включается в $H_{\text{conv}(A)}$ – множество опорных гиперплоскостей и в $P_{\text{conv}(A)}$ – множество точек, на которых эти гиперплоскости были построены.

Если $\delta_{A_0}(\pi_t) = 0$, и существуют такие гиперплоскости $\pi_q^* \in H_{S^h}, q = 1,2,...,m$, $m < n$, что $\delta_{A_0}(\pi_q^*) = 0$, а для всех остальных ( $f^h - m$ ) гиперплоскостей $\pi_w^* \in H_{S^h}$ выполняется условие $\delta_{A_0}(\pi_w^*) < 0, w = 1,2,..., f^h - m$ (т.е. $A_0$ принадлежит гиперграни, через которую проходит гиперплоскость $\pi_t$), то в этом случае необходимо перейти к рассмотрению следующей гиперграни и соответствующей ей гиперплоскости и повторить процедуру, начиная с шага 3.1.

Если $\delta_{A_0}(\pi_t) > 0$ или $\delta_{A_0}(\pi_t) = 0$ (и существует хотя бы одна гиперплоскость $\pi_k^* \in H_{S^h}, k \in \{1,2,..., f^h\}$, такая, что $\delta_{A_0}(\pi_k^*) > 0$ ), то среди гиперплоскостей $\pi_1, \pi_2,...$, $\pi_{f^h}$ выбираем те (при условии их существования), например, $\pi_1^*,...,\pi_{g-1}^*$, $g < f^h$, для которых выполняется условие $\delta_{A_0}(\pi_r^*) > 0,\ r = 1,2,..., g-1,\ r \neq t$.

Пусть $H_{A_0} = \{\pi_1^*,...,\pi_{g-1}^*, \pi_g^*\} = \{\pi_1^*,...,\pi_{g-1}^*, \pi_t\}$ и $P_{A_0} = \bigcup_{s=1}^{g} P_{A_0}^s$, где $P_{A_0}^s$ – множество точек из $A^h$ (вершин $n$-политопа $S^h$), через которые проходит гиперплоскость $\pi_s^*$, $s = 1,2,…,g$. Пусть $\left|P_{A_0}^s\right| = g_s'$ – мощность множества $P_{A_0}^s$, $\left|P_{A_0}\right| = g'$ – мощность множества $P_{A_0}$, тогда $\sum_{s=1}^{g} g_s' \geq g'$.

3.3. Сформировать $\mu$ ( $\mu = \sum_{s=1}^{g} C_{g_s'}^n$ ) множеств $\hat{A}_d = \{\hat{A}_{d1}, \hat{A}_{d2},..., \hat{A}_{d(n+1)}\}$ следующим образом: $\hat{A}_{d1}, \hat{A}_{d2},..., \hat{A}_{dn} \in P_{A_0}^s$, $s \in \{1,2,..., g\}$, и $\hat{A}_{d(n+1)} = A_0$, $d = 1,2,...,\mu$. Построить conv($\hat{A}_d$) ($n$-симплекс $\hat{S}_d$), $d = 1,2,...,\mu$, используя процедуру 1.

3.4. Для построения $n$-политопа $S^{h+1} = conv\left(S^h \cup \bigcup_{d=1}^{\mu} \hat{S}_d\right)$ необходимо:

а) сформировать множество $H_0$ – множество всех построенных гиперплоскостей, участвующих в формировании $\bigcup_{d=1}^{\mu} \hat{S}_d$, из которого исключены те гиперплоскости $\tilde{\pi}$, которые не являются опорными для множества точек $\{A_0\} \cup A^h$, т.е. для которых не выполняется условие: $\forall \tilde{A} \in \{A_0\} \cup A^h\ \ \delta_{\tilde{A}}(\tilde{\pi}) \leq 0$. Заметим, что $\left|H_0\right| < (n+1)\mu$ ;

б) сформировать множество гиперплоскостей $H_{S^{h+1}}$ следующим образом: $H_{S^{h+1}} = H_{S^h} \cup H_0$, $|H_{S^{h+1}}| = f^{h+1}$. Гиперплоскости из $H_{S^{h+1}}$ будут участвовать в формировании границы *n*-политопа $S^{h+1}$. Заметим, что при формировании множества $H_{S^{h+1}}$ возможно совпадение некоторых гиперплоскостей, например $\pi_i$ и $\pi_j$. Это означает, что гиперплоскость $\pi_i$ (или $\pi_j$) проходит в общем случае через *k* (*k* > *n*) точек множества *A*. Гипергрань *n*-политопа $S^{h+1}$, лежащая в гиперплоскости $\pi_i$ (или $\pi_j$) в общем случае является несимплициальным (*n* – 1) – политопом *S*. Для определения вершин (*n* – 1) – политопа *S*, которые одновременно являются вершинами *n*-политопа $S^{h+1}$, можно воспользоваться условием (1);

в) используя процедуру 2, сформировать множество точек $A^{h+1}$, элементами которого являются вершины *n*-политопа $S^{h+1}$.

В итоге получим описание *n*-политопа $S^{h+1}$.

Процесс построения conv(*A*) прекращается после конечного числа итераций $h_0$, когда не существует ни одной внешней к текущему *n*-политопу $S^{h_0}$ точки из *A*, или, что то же самое, выполняется условие $A^{h_0} = B^{h_0}$. Информация о построенной выпуклой оболочке представляет собой систему линейных неравенств, каждое из которых описывает полупространство, определяемое соответствующей ориентированной опорной гиперплоскостью (элементы множества $H_{\mathrm{conv}(A)}$), а также набор точек, через которые эти гиперплоскости проходять – вершины *n*-политопа $S^{h_0}$ (элементы множества $P_{\mathrm{conv}(A)}$).

**Численные результаты.** В табл. 1 приведены результаты построения выпуклой оболочки конечного множества точек в пространстве $R^n$, при *n* = 4; 5. Здесь *m* – количество точек множества *A*, *v* – количество точек, на которых построена conv(*A*) (т.е. количество вершин *n*-политопа $S^{h_0}$), *f* – количество опорных гиперплоскостей *n*-политопа $S^{h_0}$. Заметим, что координаты $A_i(x_{i1}, x_{i2}, ..., x_{in})$, $i = 1, 2, ..., m$, точек множества *A* выбираются случайным образом при условии, что $x_{ik} \in \mathrm{N}$, $x_{ik} \in [1, 100]$, $k = 1, 2, \ldots, n$.

Таблица 1 – Результаты построения выпуклой оболочки в $R^n$

| *n* | *m* | *v* | *f* |
|---|---|---|---|
| 4 | 15 | 13 | 41 |
| | 20 | 14 | 45 |
| | 30 | 22 | 81 |
| | 40 | 27 | 113 |
| | 50 | 28 | 112 |
| | 60 | 38 | 180 |
| | 70 | 43 | 194 |
| 5 | 15 | 14 | 68 |
| | 20 | 19 | 144 |
| | 30 | 29 | 286 |
| | 40 | 36 | 384 |
| | 50 | 40 | 438 |
| | 60 | 49 | 562 |
| | 70 | 53 | 631 |

# Выводы

В данной статье авторами предложен метод построения выпуклой оболочки конечного множества точек в $R^n$, главные особенности которого состоят в следующем:

1) результатом работы метода является построенная выпуклая оболочка – $n$-политоп, представленный в виде пересечения замкнутых полупространств;

2) в методе не требуется описание всех $l$-граней $n$-политопа ($l = 1,2,\ldots,n-2$), достаточно только нахождение опорных гиперплоскостей, участвующих в его представлении, что существенно уменьшает трудоемкость метода;

3) разработано правило, в соответствии с которым точки, заведомо не являющиеся вершинами выпуклой оболочки, исключаются из рассмотрения в ходе работы метода, что также положительно влияет на его трудоемкость.

# Литература

1. Препарата Ф. Вычислительная геометрия: Введение / Ф. Препарата, М. Шеймос. – М. : Мир, 1989. – 478 с.
2. Chazelle B. An Optimal Convex Hull Algorithm in Any Fixed Dimension / B. Chazelle // Discrete Comput. Geom. – 1993. – № 10. – P. 377-409.
3. Avis D. Seidel How good are convex hull algorithms? / D. Avis, D. Bremner, R. Seidel // Comput. Geom. Theory and Appl. – 1997. – № 7. – P. 265-302.
4. Barber C.B. The Quickhull algorithm for convex hull, GCG53 / Barber C.B., Dobkin D.P., Huhdanpaa H.T. – Minneapolis : The Geometry Center, 1993.
5. Berg M. Computational Geometry: Algorithms and Applications / Berg M., Krevald M., Overmars M., Schwarzkopf O. – Berlin, Heidelberg : Springer-Verlag, 1997.
6. McMullen P., Convex Polytopes and the Upper Bound Conjecture / P. McMullen. G.C. Shephard. – Cambridge : Cambridge University Press, 1971.
7. Coxeter H.S.M. Introduction to Geometry / Coxeter H.S.M. – [2nd ed]. – New York : Wiley, 1969.
8. Пападимитриу Х. Комбинаторная оптимизация. Алгоритмы и сложность / Х. Пападимитриу, К. Стайглиц. – М. : Мир, 1985. – 510 с.
9. Гордевский Д.З. Популярное введение в многомерную геометрию / Д.З. Гордевский, А.С. Лейбин. – Харьков, 1964. – 191 с.

***М.І. Гіль, М.С. Софронова***

**Про один підхід до побудови опуклої оболонки кінцевої множини точок в $R^n$**

У статті запропоновано метод побудови опуклої оболонки кінцевої множини точок в $R^n$, що дозволяє вирішувати завдання, які не вимагають опису всіх підграней границі опуклої оболонки. Описано основні процедури побудови опуклої оболонки, представленої у вигляді n-політопа, що заданий перетином замкнутих півпросторів. Наведено чисельні результати роботи методу при n = 4; 5.

***N.I. Gil, M.S. Sofronova***

**About One Approach to Construction of a Convex Hull of Points Finite Set in $R^n$**

In article the method of construction of a convex hull of points finite set in $R^n$, allowing is offered to solve problems not requiring descriptions all subfaces of border of a convex hull. The basic procedures of construction of a convex hull submitted as n-polytope, given by crossing closed half-spaces are described. The numerical results of operation of a method at n = 4; 5 are received.

*Статья поступила в редакцию 10.07.2009.*